

ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА В КВАНТОВОЙ ОПТИКЕ

Масалов А.В.

Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, г. Москва

**Поляризация света – макроскопическое квантовое свойство
(краткий комментарий)**

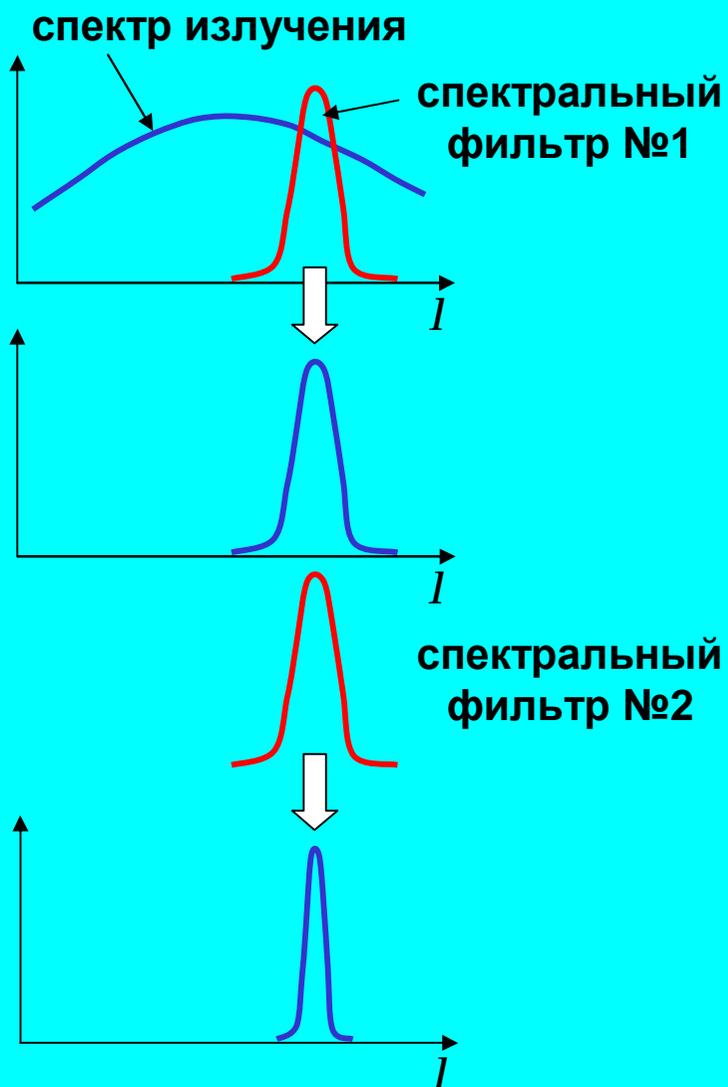
Новые поляризационные состояния света:

- скрытая поляризация света**
- поляризационно-скалярный свет**

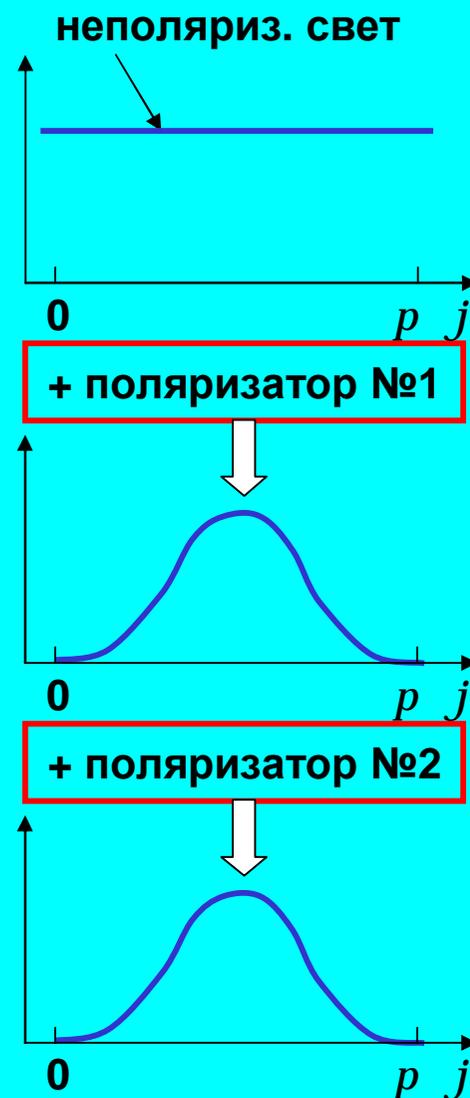
Самара 8-12 ноября 2016

ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА – НЕОБЫЧНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ИЗЛУЧЕНИЯ

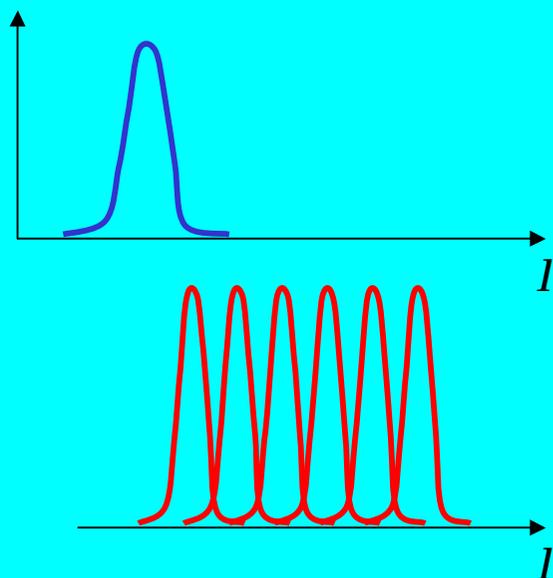
Манипуляции со спектром



Манипуляции с поляризацией

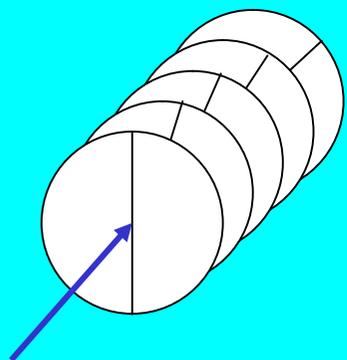


Несколько разных последовательных спектральных фильтров



**Нулевое
спектральное пропускание !**

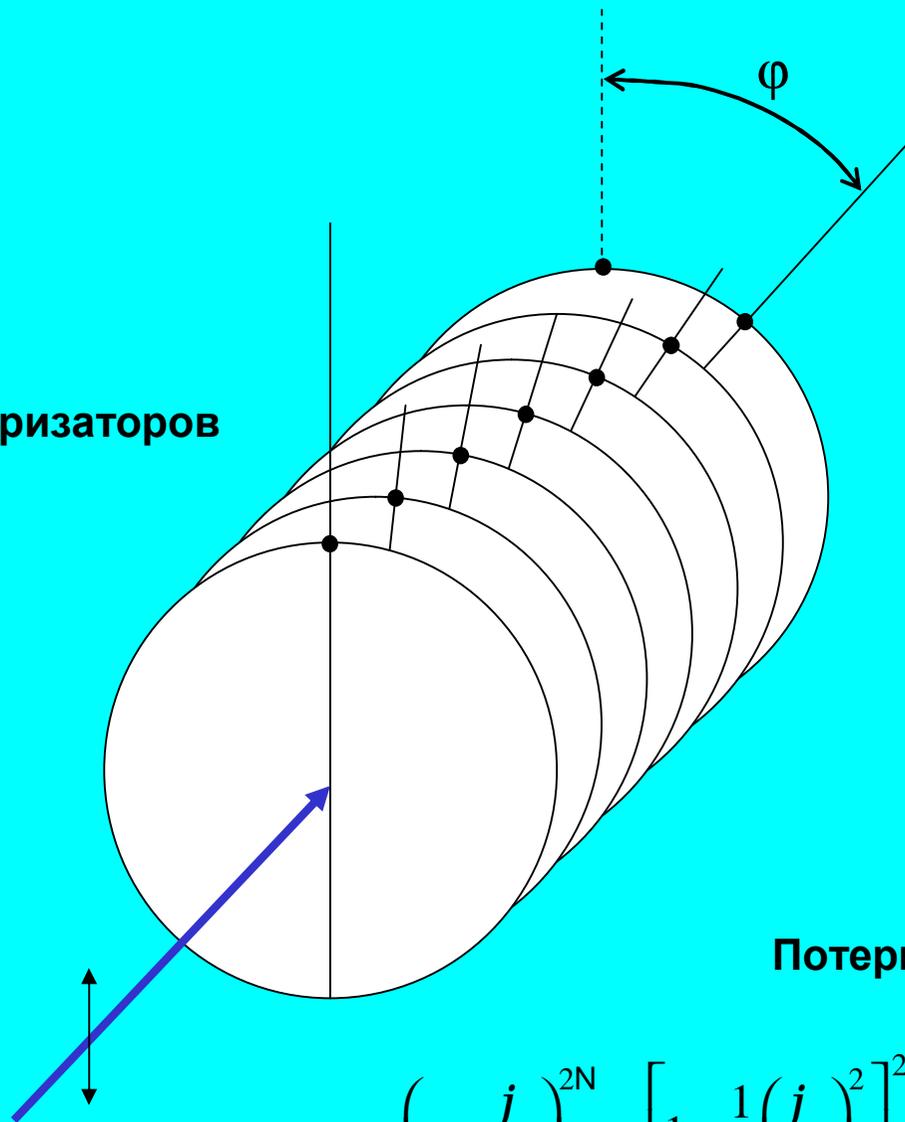
Несколько разных последовательных поляризаторов



?

«Парадокс Зенона»

N поляризаторов



Потери:

$$\left(\cos\frac{j}{N}\right)^{2N} \approx \left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{j}{N}\right)^2\right]^{2N} \approx 1 - \frac{j^2}{N} \xrightarrow{N \rightarrow \infty} 1$$

Пространство состояний поляризации одной моды электромагнитного излучения

Размерность: ДВА!

Базис: линейные поляризации 0° и 90° ,
либо линейные поляризации $+45^\circ$ и -45° ,
либо круговые поляризации

$$E = \vec{e}_x A_x e^{-i\omega t + ikz} + \vec{e}_y A_y e^{-i\omega t + ikz} = A e^{-i\omega t + ikz} \left(a \vec{e}_x + b \vec{e}_y \right) \rightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

вектор Джонса

= координаты в пространстве состояний поляризации излучения

$$|a|^2 + |b|^2 = 1$$

Сравни с волновыми функциями квантовой физики:

$$|\Psi\rangle = c_1 |y_1\rangle + c_2 |y_2\rangle \rightarrow \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \quad |c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

лин. п. 0°

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

лин. п. 90°

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

лин. п. 45°

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$$

правоцирк. п.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$$

левоцирк. п.

«Чистые» и «смешанные» состояния поляризации

1. «чистое» состояние поляризации:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |a| e^{iq_a} \\ |b| e^{iq_b} \end{pmatrix}$$

и его «матрица плотности»

$$R = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \times (a^* \quad b^*) = \begin{pmatrix} |a|^2 & |ab| e^{iq_a - iq_b} \\ |ab| e^{-iq_a + iq_b} & |b|^2 \end{pmatrix}$$

$$R \times R = R \quad \text{в силу} \quad |a|^2 + |b|^2 = 1$$

2. «смешанное» состояние поляризации (только матрица):

пример $R = \begin{pmatrix} r & 0 \\ 0 & 1-r \end{pmatrix}$, и свойство $R \times R \neq R$

ЭВОЛЮЦИЯ И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ ОПТИЧЕСКИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

= операторы (матрицы Джонса)

Фазовая пластинка:
$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}_{\text{OUT}} = T \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}_{\text{IN}}, \text{ где } T = \begin{pmatrix} \cos j & e^{iq} \sin j \\ -e^{iq} \sin j & \cos j \end{pmatrix}$$

Сравни с эволюцией в квантовой механике:

$$|\Psi\rangle_{\text{OUT}} = \hat{U} |\Psi\rangle_{\text{IN}}, \text{ где } \hat{U} = \exp\left\{-\frac{i}{\hbar} \hat{H} t\right\}$$

а также в матричной форме

$$\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_N \end{pmatrix}_{\text{OUT}} = U \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_N \end{pmatrix}_{\text{IN}}, \text{ где } U_{mn} = \langle y_m | \hat{U} | y_n \rangle$$

ОПЕРАТОРЫ НАБЛЮДАЕМЫХ ВЕЛИЧИН

Доля энергии в x-компоненте: $I_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \{I_x\}_{\text{НАБЛ}} = \begin{pmatrix} a^* & b^* \end{pmatrix} \times I_x \times \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

Доля энергии в y-компоненте: $I_y = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

сравни с квантовым
выражением:

$$\langle A \rangle = \langle y | \hat{A} | y \rangle = \begin{pmatrix} c_1^* & c_2^* & \dots & c_N^* \end{pmatrix} \times A \times \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_N \end{pmatrix} \qquad A_{mn} = \langle y_m | \hat{A} | y_n \rangle$$

Для смешанных состояний:

$$\{I_x\}_{\text{НАБЛ}} = \text{Sp}\{R \times I_x\} = \dots = \text{Sp} \begin{pmatrix} |a|^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \text{сравни с: } \langle A \rangle = \text{Sp}(\hat{r} \hat{A})$$

**Описание поляризации света в классической физике
содержит почти все элементы квантового математического аппарата:**

пространство состояний, базис

векторы состояний

чистые и смешанные состояния, матрица плотности

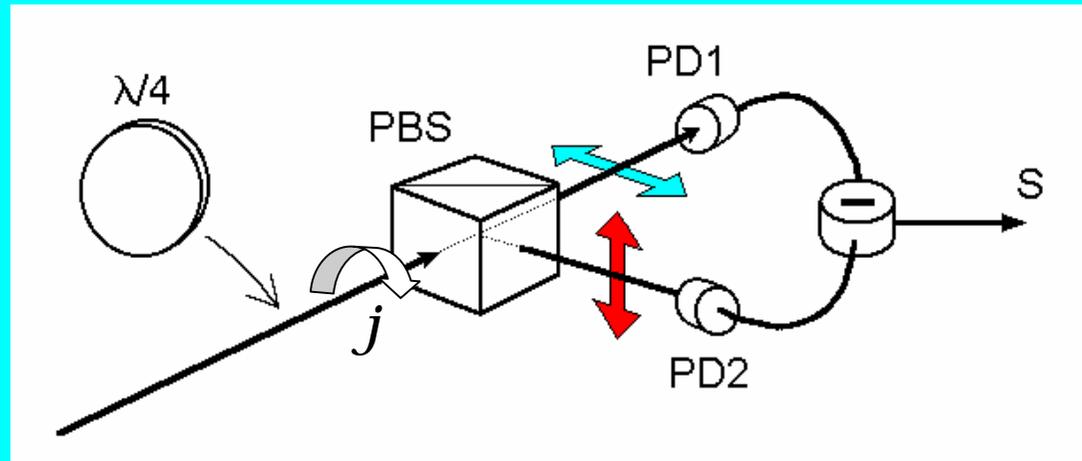
операторы наблюдаемых величин

операторы эволюции

Поляризация света – макроскопическое квантовое свойство!

ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА В КВАНТОВОЙ ОПТИКЕ

- Математический аппарат собственных значений поляризационных операторов, т.е. операторов Стокса.
В.П.Карасев
- Поляризационный измеритель параметров Стокса



$$j = 0^\circ \\ S_1 = I_1 - I_2$$

$$j = 45^\circ \\ S_2$$

$$+ 1/4 \\ S_3$$

Требуется идеальное фотодетектирование
с квантовой эффективностью $\sim 100\%$

КВАНТОВАЯ ОПТИКА ПОЛЯРИЗОВАННОГО СВЕТА

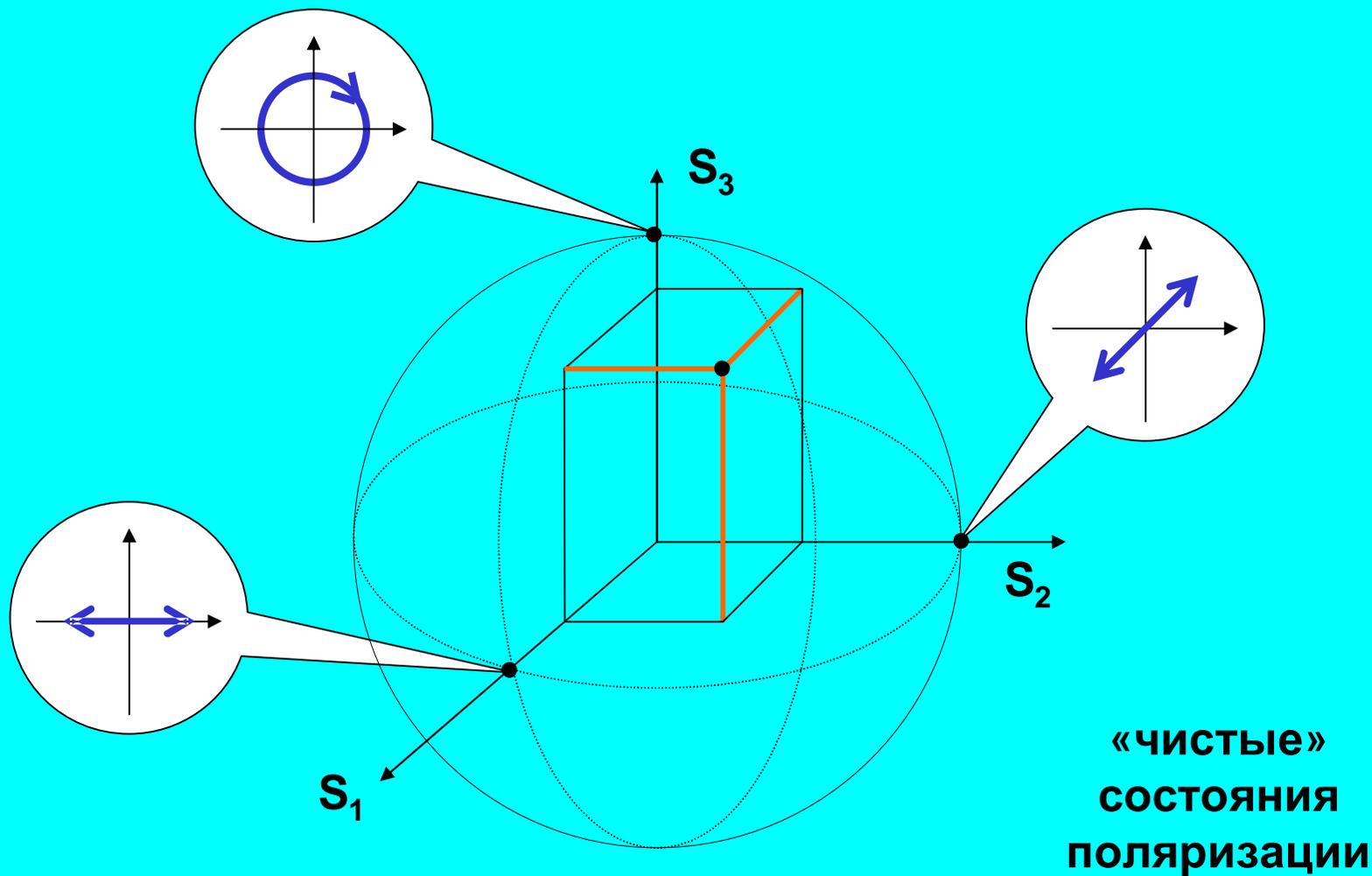


Валерий Павлович КАРАСЕВ

Классическое представление поляризованного излучения



точки на сфере Пуанкаре



Операторы Стокса

$$\hat{S}_1 = \hat{a}_x^+ \hat{a}_x - \hat{a}_y^+ \hat{a}_y \quad \hat{S}_2 = \hat{a}_{x'}^+ \hat{a}_{x'} - \hat{a}_{y'}^+ \hat{a}_{y'} \quad \hat{S}_3 = \hat{a}_+^+ \hat{a}_+ - \hat{a}_-^+ \hat{a}_-$$

$$\left[\hat{S}_1, \hat{S}_2 \right] = 2i\hat{S}_3 \quad \left[\hat{S}_2, \hat{S}_3 \right] = 2i\hat{S}_1 \quad \left[\hat{S}_3, \hat{S}_1 \right] = 2i\hat{S}_2$$

Шумы в поляризационных измерениях

= «визитная карточка» квантового состояния излучения.

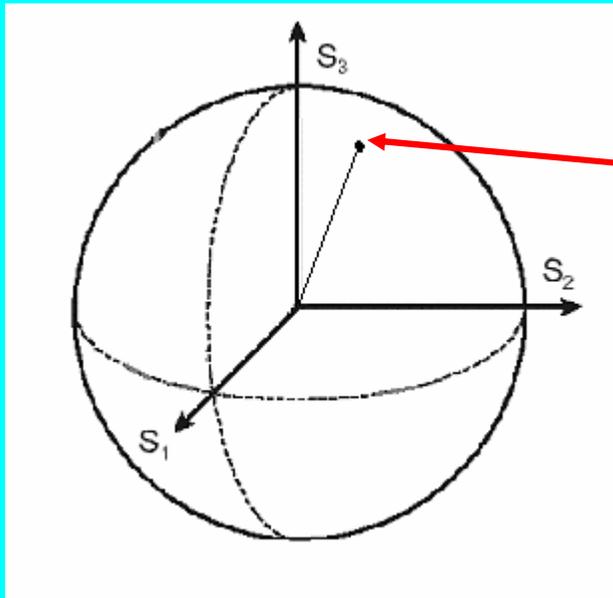
- **Собственное состояние оператора Стокса – нет шума фототока.**

- **Произвольное состояние:**

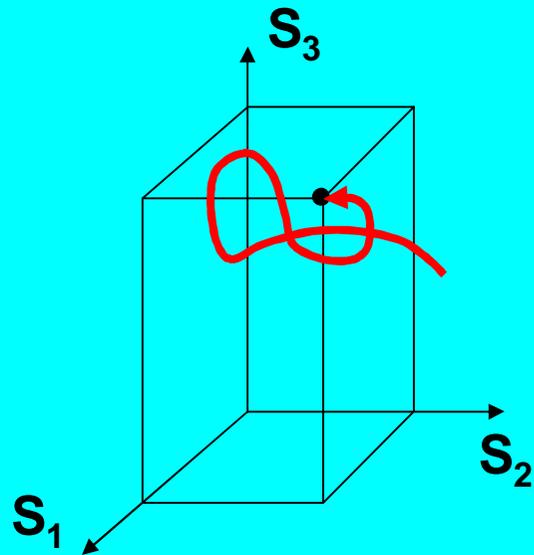
$$\langle \Delta S_1 \rangle^2 + \langle \Delta S_2 \rangle^2 + \langle \Delta S_3 \rangle^2 = \text{inv} \quad \left(\langle S_1 \rangle^2 + \langle S_2 \rangle^2 + \langle S_3 \rangle^2 = \text{inv} \right)$$

$$\Delta S_i \times \Delta S_j \geq \left| \langle S_k \rangle \right|$$

ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА НА СФЕРЕ ПУАНКАРЕ В КЛАССИЧЕСКОМ ОПИСАНИИ



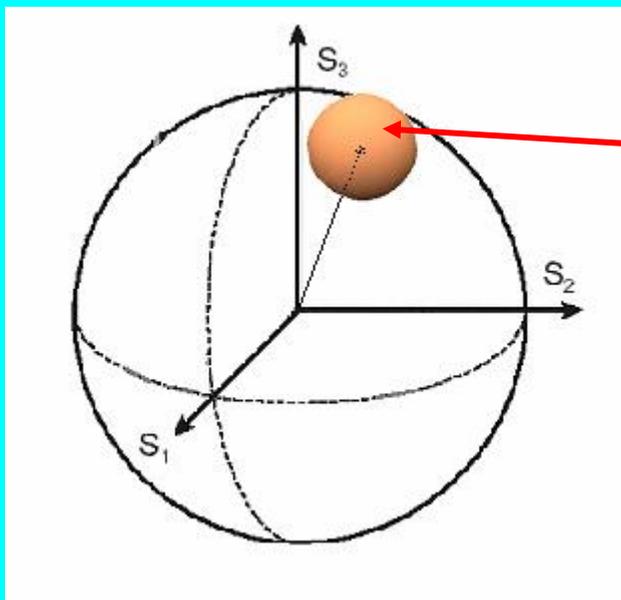
«чистое» состояние поляризации:
точка на сфере в координатах
параметров Стокса



«смешанное» состояние:
блуждание точки в пространстве
Параметров Стокса

(неполяризованный свет)

ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА НА СФЕРЕ ПУАНКАРЕ В КВАНТОВОМ ОПИСАНИИ



«облако» в пространстве координат, ассоциированных с параметрами Стокса

Трёхмерное распределение вероятности параметров Стокса **ОТСУТСТВУЕТ**, т.к. запрещено их одновременное измерение: операторы Стокса не коммутируют друг с другом.

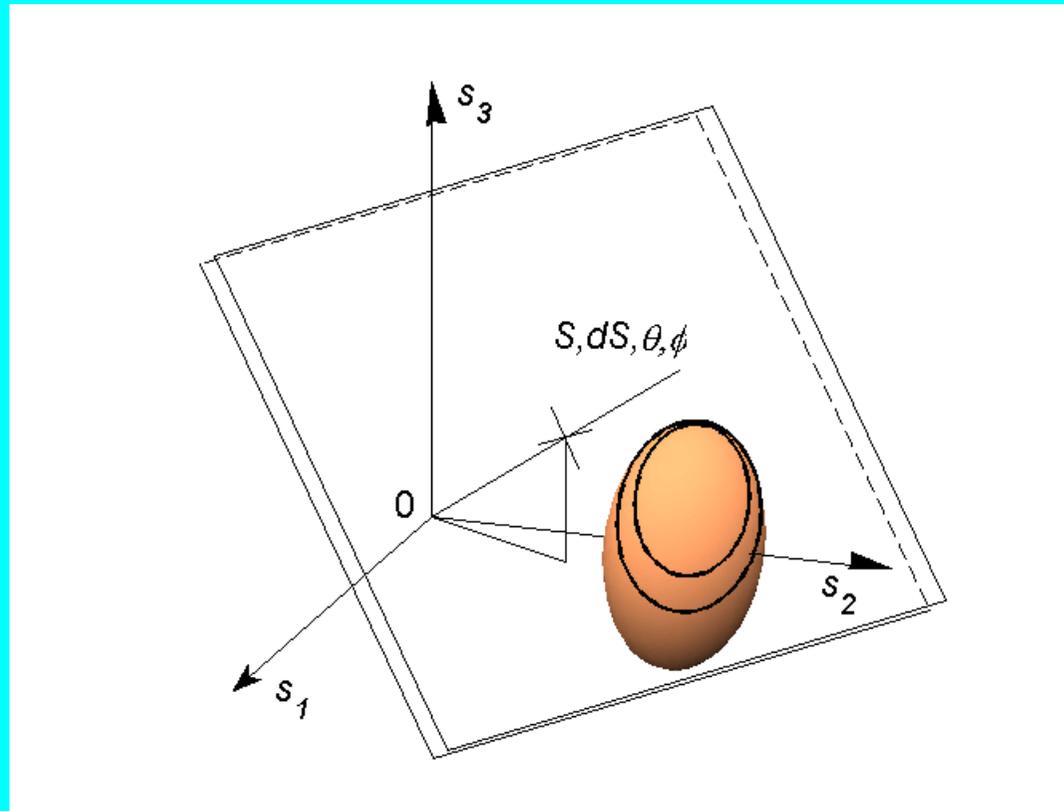
Трёхмерное **КВАЗИВЕРОЯТНОСТНОЕ** распределение существует: Вигнер, Вейль, ...

Карасев В.П., Масалов А.В. *ЖЭТФ* 126, 63 (2004)

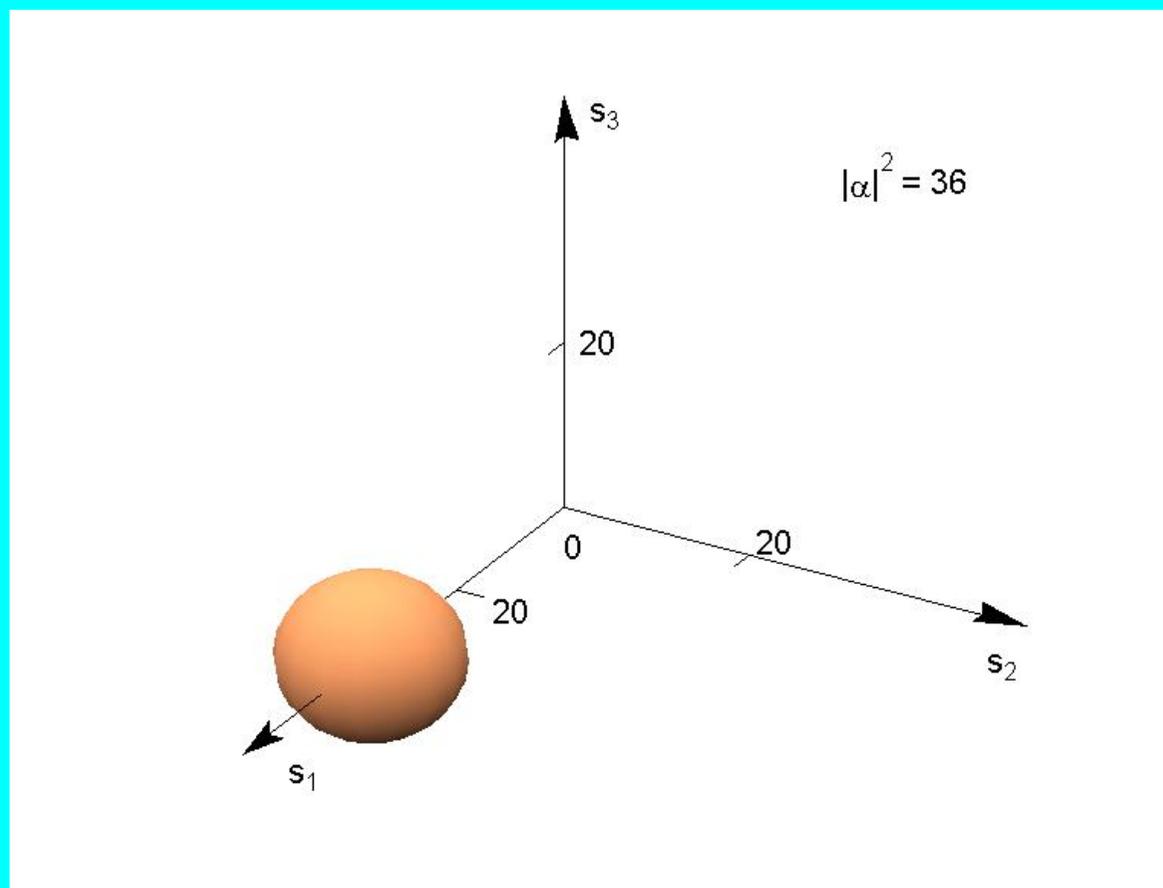
Проекция квазираспределения дает ожидаемое распределение вероятности наблюдаемой поляризационной переменной

$$p(S; q, f) = \int_{R^3} W(\mathbf{s}) d(\mathbf{s} \cdot \mathbf{n} - S) ds$$

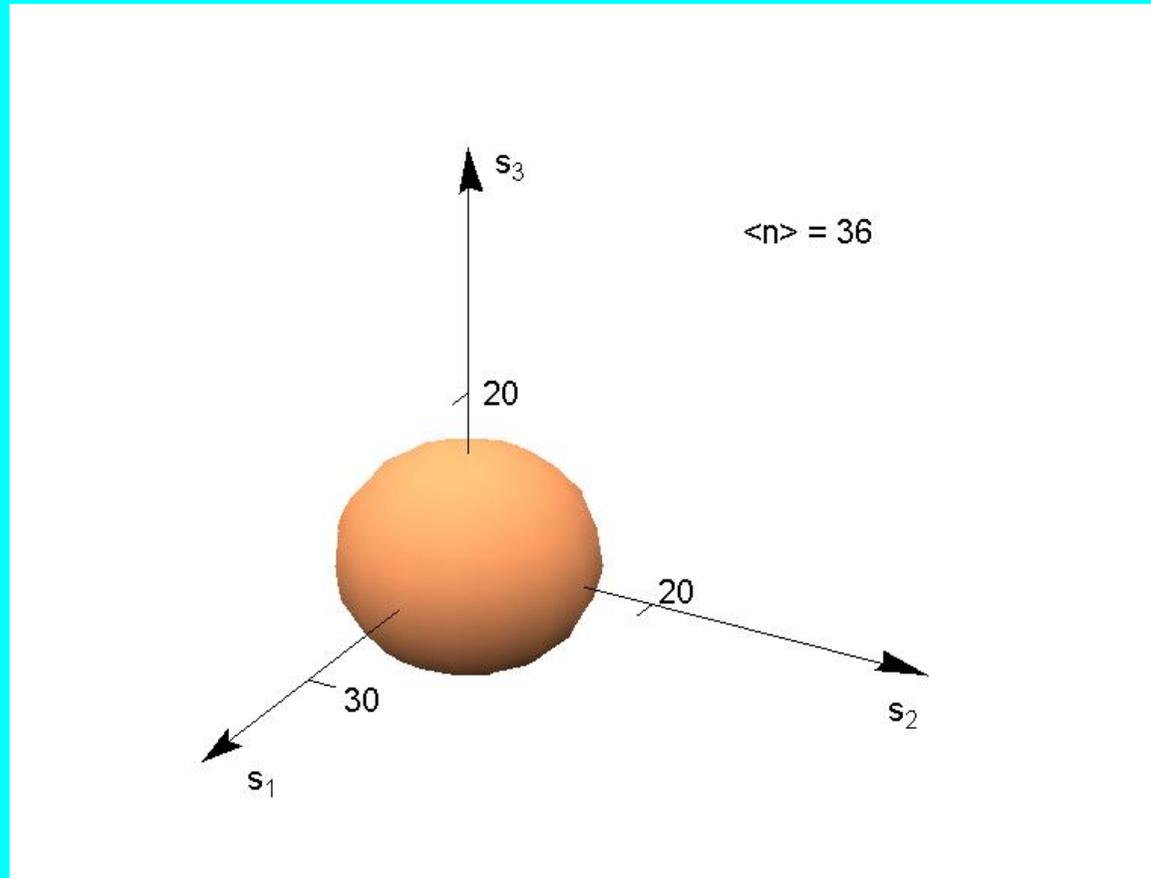
$$\hat{S} = \hat{S}_1 \sin q \cos f + \hat{S}_2 \sin q \sin f + \hat{S}_3 \cos q$$



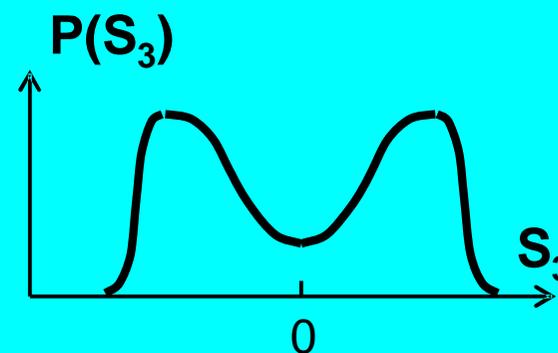
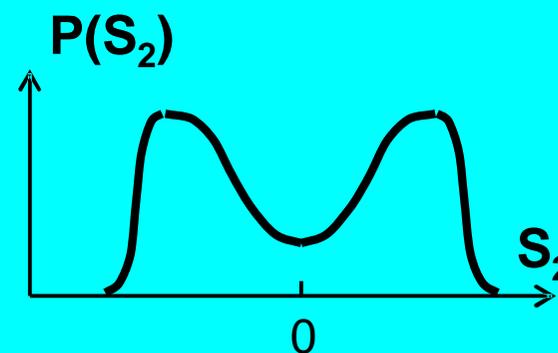
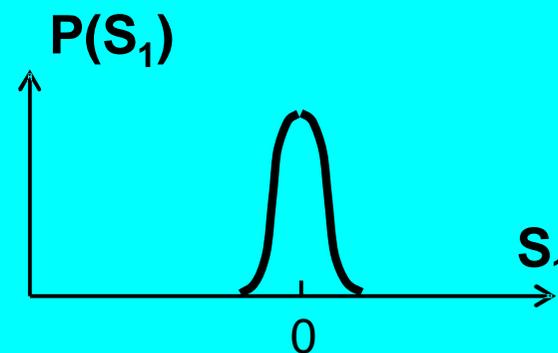
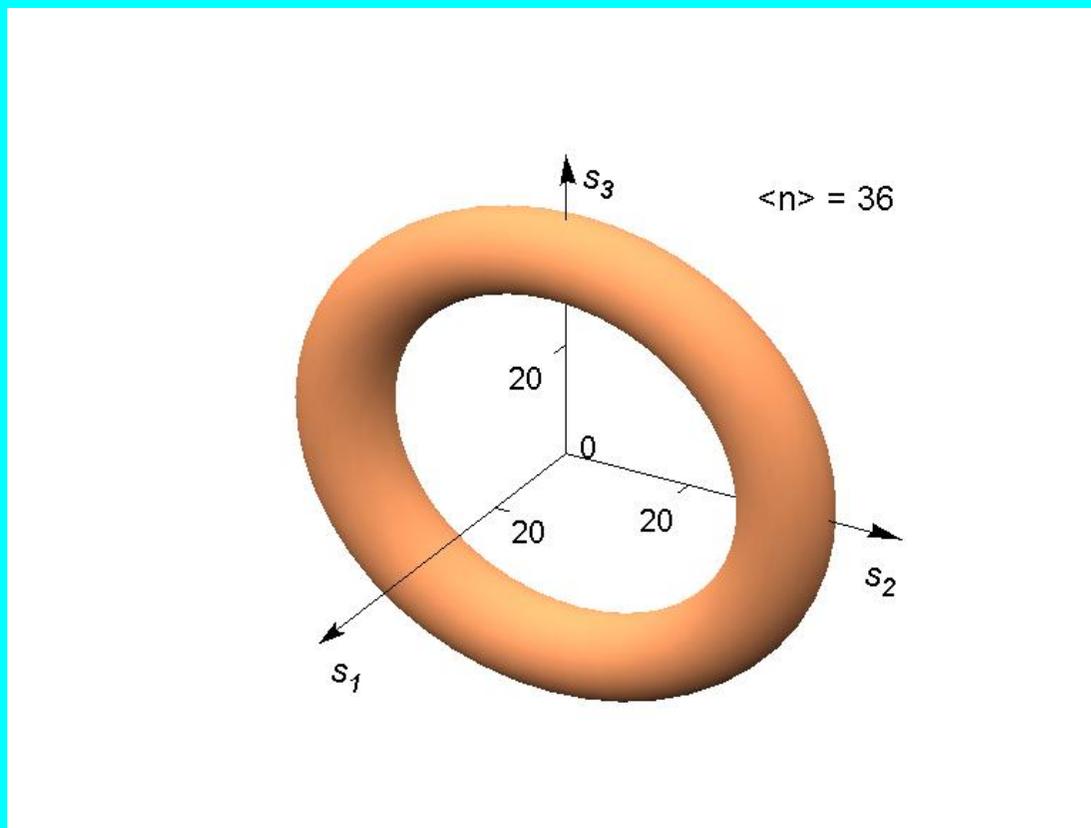
Свет линейной поляризации в когерентном состоянии



Неполяризованный «тепловой» свет



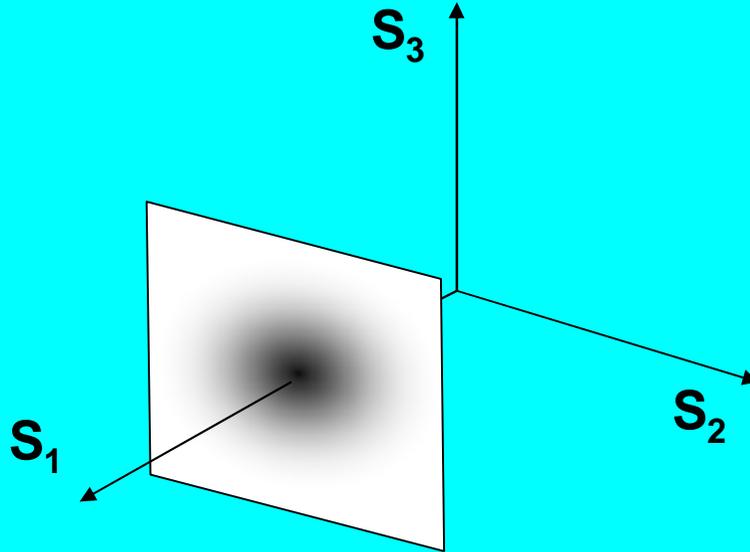
Смесь XY пучков двух независимых лазеров (неполяризованный свет)



Скрытая поляризация неполяризованного света!

Собственные состояния операторов Стокса: $\hat{S}_1 |\Psi_m\rangle = m |\Psi_m\rangle$
(нет квантовых шумов)

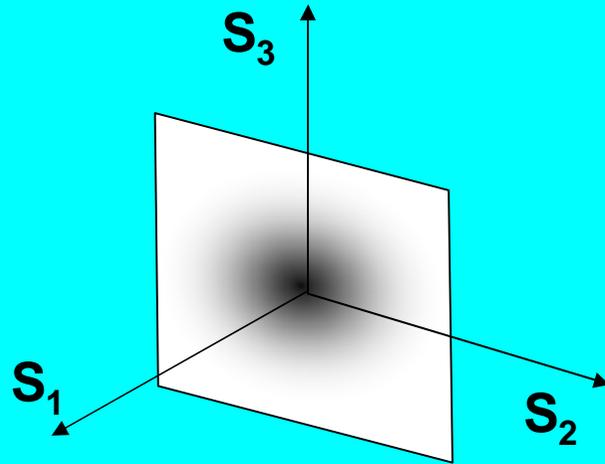
$$|\Psi_m\rangle = \sum_{n \geq 0} c_n |n, n+m\rangle$$



$$\Delta S_2 \times \Delta S_3 \geq |\langle S_1 \rangle| \equiv m$$

**XY-двухфотонный свет
(неполяризованный свет)**

$$\hat{S}_1 |\Psi\rangle = 0 \cdot |\Psi\rangle$$



$$|\Psi\rangle = e^{z\hat{a}_x^+ \hat{a}_y^+ - z^* \hat{a}_x \hat{a}_y} |0,0\rangle$$

**излучение спонтанного
параметрического рассеяния**

$$\langle \hat{S}_1 \rangle = \langle \hat{S}_2 \rangle = \langle \hat{S}_3 \rangle = 0$$

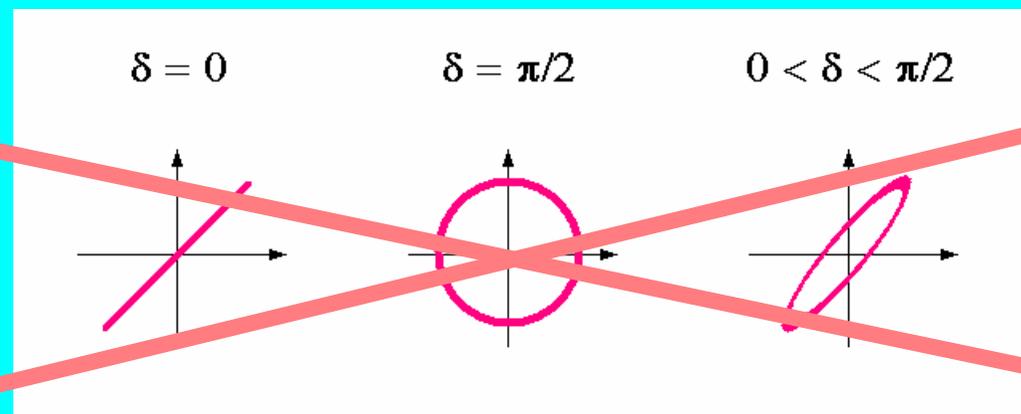
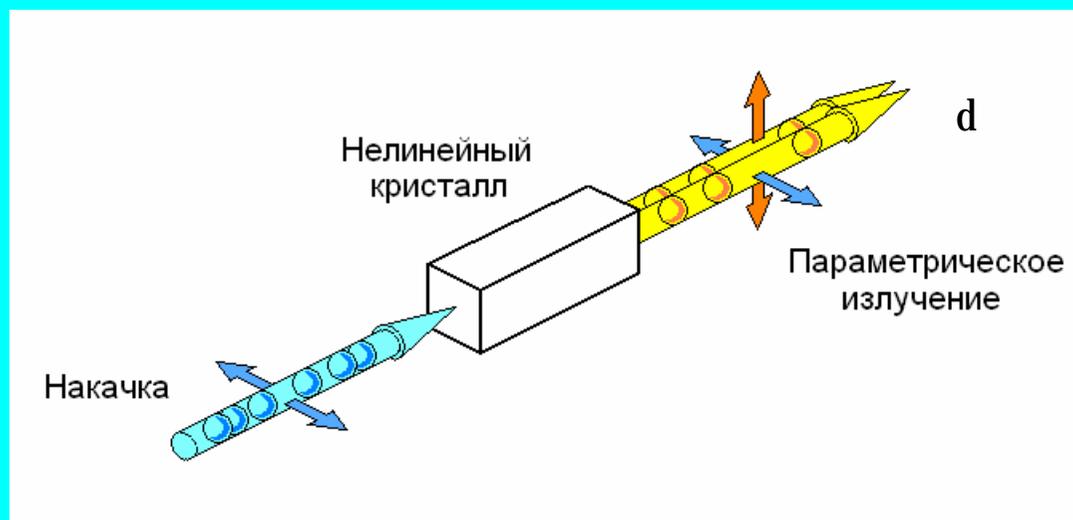
$$\langle \Delta S_1^2 \rangle = 0$$

$$\langle \Delta S_2^2 \rangle \neq 0, \langle \Delta S_3^2 \rangle \neq 0$$

**Скрытая поляризация излучения!
Соотношение неопределенностей не нарушено.**

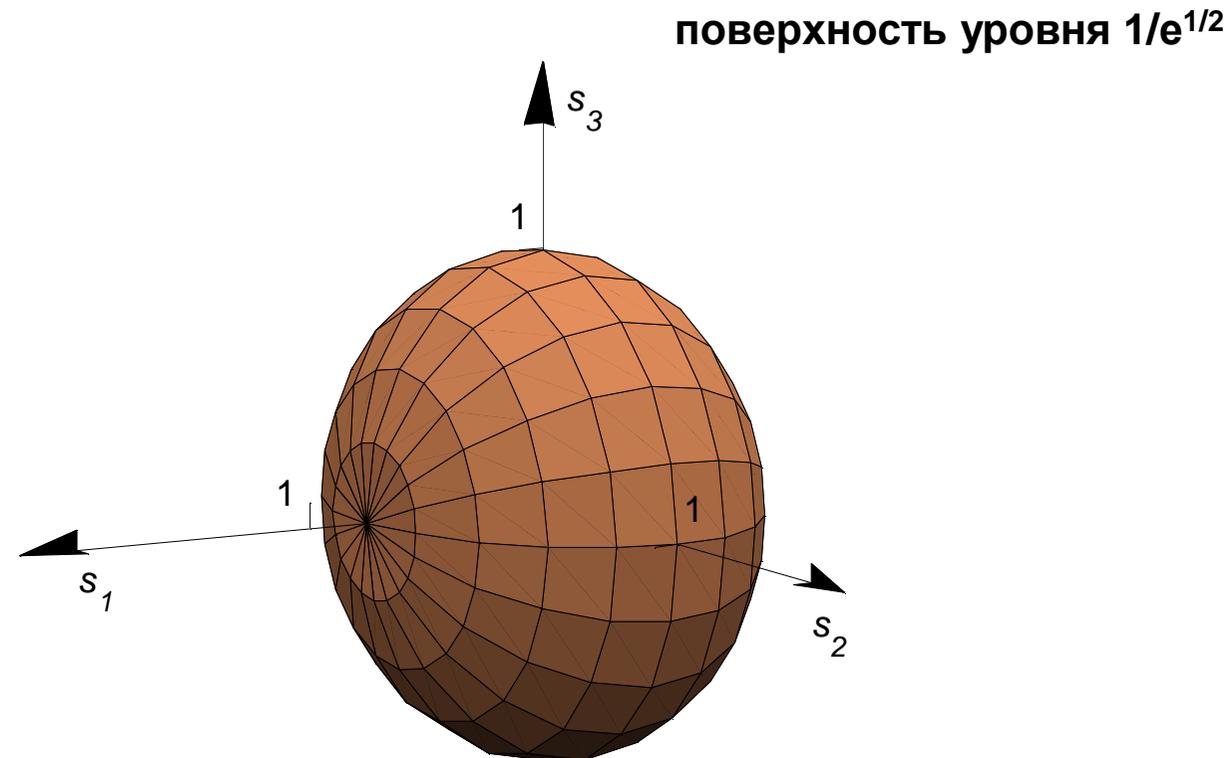
Karassiov V.P., Masalov A.V. *Laser Phys.* 12, 948 (2002)

Каково состояние поляризации излучения спонтанного параметрического рассеяния?



Карасев В.П., Масалов А.В. *Оптика и Спектроскопия* **74**, 928 (1993)

**Функция поляризационной квазивероятности,
восстановленная по экспериментальным данным**

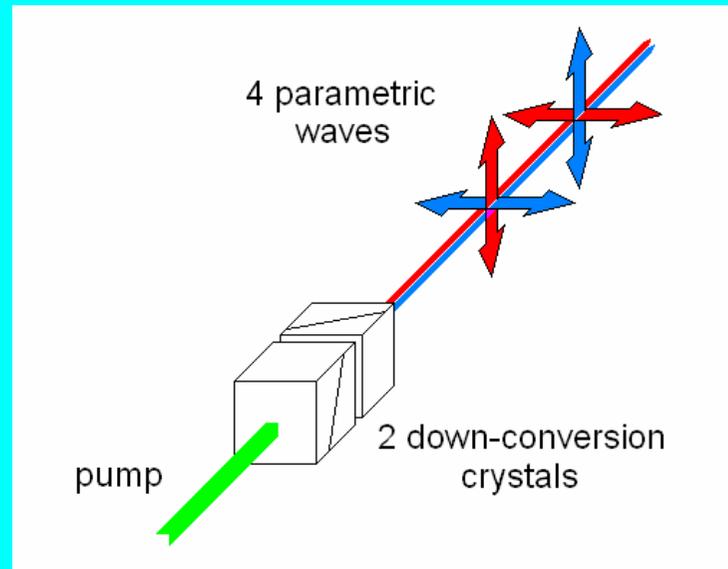


$$W(\mathbf{s}) = \frac{1}{\sqrt{0,76 \cdot (2p \langle n \rangle)^3}} \exp \left\{ -\frac{s_1^2}{0,76 \cdot 2 \langle n \rangle} - \frac{s_2^2 + s_3^2}{2 \langle n \rangle} \right\}$$

Поляризационно-скалярный свет (P-scalar light)
= собственное состояние всех ТРЕХ операторов Стокса
с нулевыми собственными значениями

- неполяризован: $\langle \hat{S}_1 \rangle = \langle \hat{S}_2 \rangle = \langle \hat{S}_3 \rangle = 0$
- нет поляризационных шумов (!): $\langle \Delta \hat{S}_1^2 \rangle = \langle \Delta \hat{S}_2^2 \rangle = \langle \Delta \hat{S}_3^2 \rangle = 0$

$$|\Psi\rangle = e^{z(\hat{a}_{x1}^+ \hat{a}_{y2}^+ - \hat{a}_{x2}^+ \hat{a}_{y1}^+) - z^*(\hat{a}_{x1} \hat{a}_{y2} - \hat{a}_{x2} \hat{a}_{y1})} |0, 0, 0, 0\rangle$$



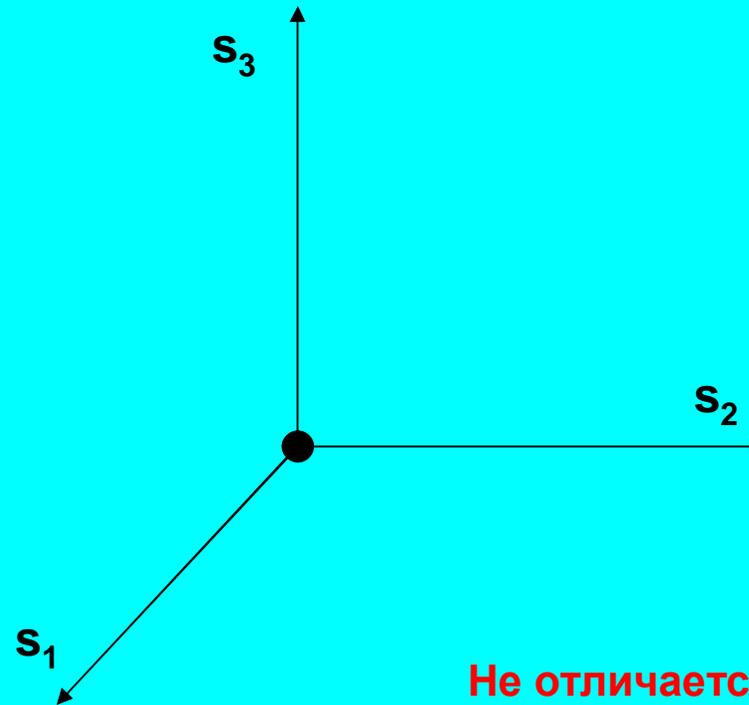
$$W(\mathbf{s}) = d_3(s_1, s_2, s_3)$$

Karassiov V.P. *J. Sov. Laser Research* **12**, 431 (1991)

Карасев В.П., Масалов А.В. *Оптика и Спектроскопия* **74**, 928 (1993)

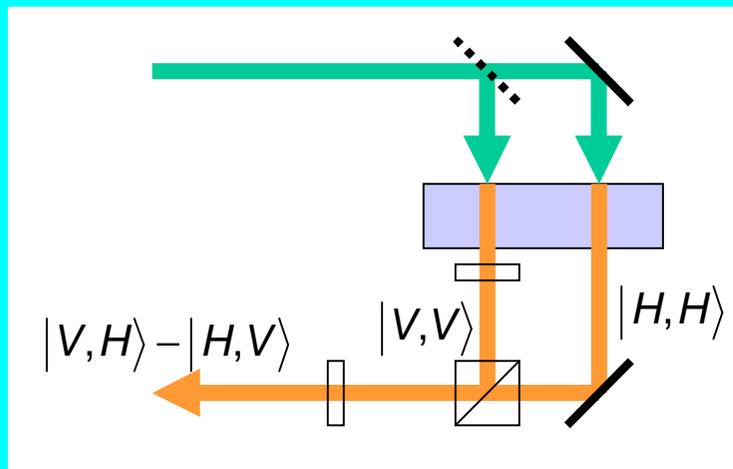
Поляризациино-скалярный свет:

$$W(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \mathbf{s}_3) = d(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \mathbf{s}_3)$$



Частный случай поляризационно-скалярного света $z \ll 1$

- Формирование состояния $|V,H\rangle - |H,V\rangle$ из бифотонов $|V,V\rangle$ и $|H,H\rangle$



*А.В.Бурлаков, С.П.Кулик,
Г.О.Рытиков, М.В.Чехова*
ЖЭТФ, 122, 738 (2002)

**В поляризационной квантовой оптике
для композиции неполяризованного света
нет необходимости в стохастичности
– достаточно квантовой неопределенности,
т.е. можно говорить об *элементарных волнах неполяризованного света***

**Квантовые шумы поляризационных переменных
дают классификацию состояний неполяризованного света:
свет со скрытой поляризацией
поляризационно-скалярный свет**

Поляризационно-скалярный свет по своим шумам эквивалентен вакууму!

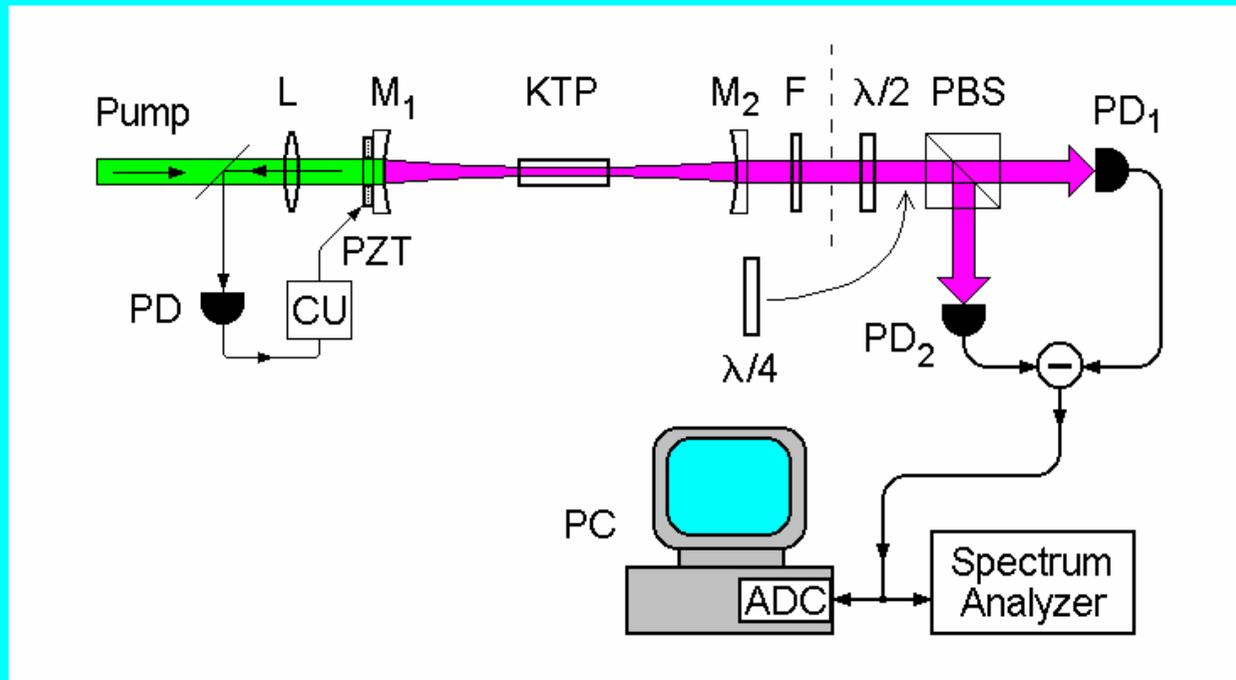
**Практическое значение:
подавление шумов в схемах прямого фотоприема
при прецизионных измерениях**

БЛАГОДАРЮ ЗА ВНИМАНИЕ !

Karassiov V. P., Puzyrevsky V. I. *J. Sov. Las. Res.* 10, 229 (1989).
Karassiov V. P. *J. Sov. Las. Res.* 12, № 2, 147 (1991); *ibid* № 5, 431 (1991).
Karassiov V.P. *J. Phys. A.* 26, 4345 (1993).
Karassiov V.P. *Phys. Lett. A.* 190, 387 (1994);
Karassiov V.P. *J. Rus. Las. Res.* 15, 391 (1994).
Карасев В.П., Дербов В.Л., Приютова О.М. *Опт. и спектр.* 83, 119 (1997).
Карасев В. П. *Кр. сообщ. физ. ФИАН* № 9-10, 13 (1996); *ibid* № 9, 34 (1999).
Karassiov V.P. *Яд. физ.* 63, 742 (2000).
Karassiov V.P. *Journal of Russian Laser Research* 26, 484 (2005)

Карасев В.П. *ТМФ* 145, 1666 (2005).
Карасев В.П. *ЖЭТФ* 84, 759 (2006).

Схема непрерывного ПГС и измерителя поляризационных переменных

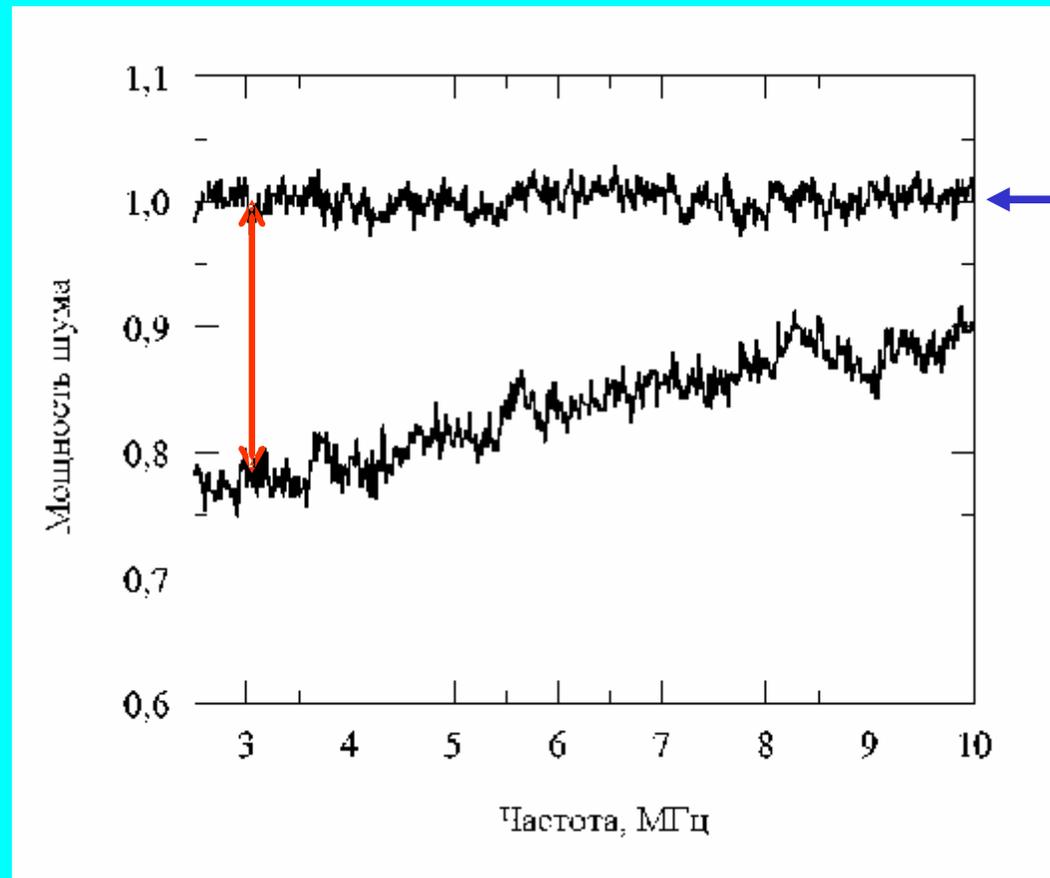


Накачка – аргоновый лазер
Параметрические волны
Пропускание вых. зеркала
Порог генерации
Мощность генерации

514,5 nm
1028 nm & 1030 nm
2,1%
~ 100 mW
2 – 10 mW

Бушев П.А., Карасев В.П., Масалов А.В., Путилин А.А.
Оптика и спектроскопия **91**, 533 (2001)

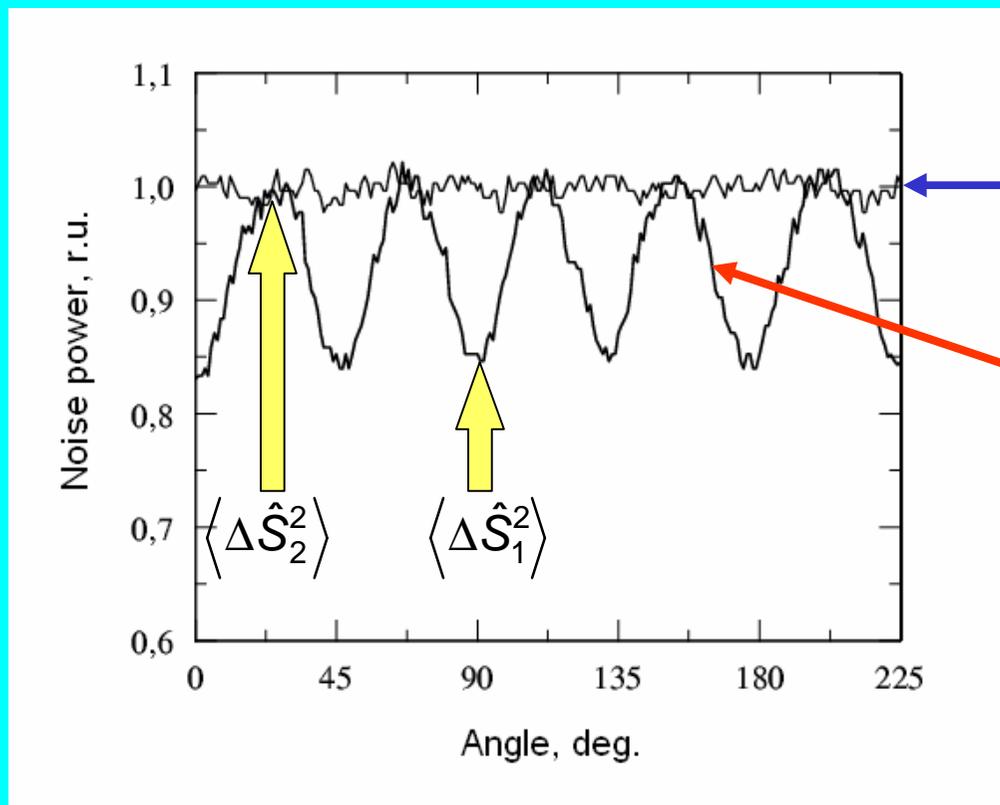
Подавление шума первой Стоксовой наблюдаемой



Уровень
Пуассоновского
шума

В прямом фотоприеме !

Излучение ПГС демонстрирует скрытую поляризацию:



Уровень
Пуассоновского
шума

Наблюдаемый
шум

Квазивероятность = Фурье-образ квантовой характеристической функции:

$$W(s_1, s_2, s_3) = \text{F} \left\{ \left\langle \exp \left(iu_1 \hat{S}_1 + iu_2 \hat{S}_2 + iu_3 \hat{S}_3 \right) \right\rangle \right\}$$

Образ оператора (символ Вейля): $\hat{S} = \hat{S}_1 \sin q \cos f + \hat{S}_2 \sin q \sin f + \hat{S}_3 \cos q$



$$s = s_1 \sin q \cos f + s_2 \sin q \sin f + s_3 \cos q$$

«Классическая» формула для плотности вероятности наблюдаемой s :

$$p(s) = \int W(s_1, s_2, s_3) \times d(s - s_1 \sin q \cos f - s_2 \sin q \sin f - s_3 \cos q) d^3 s$$

или

$$\langle s^K \rangle = \int W(s_1, s_2, s_3) \times (s_1 \sin q \cos f + s_2 \sin q \sin f + s_3 \cos q)^K d^3 s$$

Суперпозиция различных квантовых состояний:
«зеркальное» состояние

= суперпозиция двух поляризационно-ортогональных когерентных состояний

$$c_1|a,0\rangle + c_2|0,a\rangle$$

